

SOAL OLIMPIADE MATEMATIKA TINGKAT PROVINSI TAHUN 2025

Diketik ulang oleh: muhacode.com

A. Isian Singkat

1. Diberikan suatu dadu tidak standar dengan bilangan sisi-sisinya 3, 5, 8, 13, 21, dan 34. Dadu tersebut dilemparkan dua kali. Banyaknya kemungkinan jumlah bilangan yang muncul merupakan suatu bilangan pada sisi dadu tersebut adalah...

2. Misalkan u_1, u_2, u_3, \dots adalah barisan geometri yang memenuhi persamaan

$$u_2 + u_4 + u_6 + u_8 + \dots = 31 \text{ dan } u_1 + \frac{u_2}{u_1} = 149$$

Nilai $u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + \dots = \dots$

3. Diberikan segitiga lancip ABC dengan titik P dan Q pada sisi BC , titik R pada sisi AB sehingga

$$|PB| = |PQ| = |PR| \text{ dan } |QC| = |QR|$$

Diketahui bahwa $ACPR$ merupakan segiempat talibusur. Jika $\angle APR = 54^\circ$, maka $\angle ABC = \dots$

Catatan: notasi $|XY|$ mengatakan panjang ruas garis XY

4. Misalkan bilangan asli a, b, c, d memenuhi persamaan

$$2^a + 2^b + 2^c = 4^d$$

Jika $a + b + c + d \leq 500$, maka nilai terbesar yang mungkin dari d adalah...

5. Misalkan f suatu polinomial monik berderajat 5. sehingga

$$f(1) = 4, f(2) = 7, f(3) = 12, f(4) = 19, \text{ dan } f(5) = 28$$

Nilai $f(6) = \dots$

Catatan: Polinomial $P(x)$ berderajat n disebut polinomial monik jika koefisien dari x^n adalah 1

6. Banyaknya bilangan asli 8 digit yang hanya terdiri dari digit-digit 1 atau 2 serta tidak memuat 121 maupun 212 adalah...

Catatan:

- Contoh bilangan 5 digit yang memenuhi syarat tersebut adalah 12211 dan 22222.
- Contoh bilangan 5 digit yang tidak memenuhi syarat adalah 11211 dan 21222

7. Diberikan segiempat konveks $ABCD$ dengan luas 288, AC tegak lurus BD , dan AB tidak sejajar CD . Misalkan P suatu titik di dalam segiempat $ABCD$. Selanjutnya, misalkan Q dan R berturut-turut merupakan proyeksi titik P pada sisi AC dan BD . Jika $|AQ| : |CQ| = 5 : 3$ dan $|BR| : |DR| = 7 : 2$, maka selisih luas segiempat ABP dengan luas segitiga CDP adalah...

Catatan: Segiempat konveks adalah segiempat yang memenuhi:

- Perpotongan kedua diagonalnya terletak di dalam segiempat
- Keempat sudut dalam segiempat tersebut kurang dari 180°

8. Banyaknya bilangan asli (a, b) dimana $1 \leq a, b \leq 19^2$ sehingga

$$a^4 + b^3 \text{ habis dibagi } 19^2$$

adalah...

B. Uraian

1. Tentukan banyaknya bilangan asli $n \geq 2$ sedemikian sehingga terdapat n bilangan bulat berurutan yang jumlahnya 2025.
2. Misalkan S adalah himpunan semua tripel bilangan real positif (a, b, c) yang memenuhi

$$a + b + c = ab + bc + ca$$

- (a) Buktikan bahwa ketaksamaan

$$\min\{a + b, b + c, c + a\} > 1$$

berlaku untuk setiap $(a, b, c) \in S$

- (b) Apakah terdapat tripel $(a, b, c) \in S$ sehingga

$$\min\{a + b, b + c, c + a\} < 1 + \frac{1}{20^{25}}$$

Catatan: Notasi $\min\{x, y, z\}$ menyatakan bilangan terkecil di antara x, y, z .

3. Pada segitiga ABC , misalkan D titik tengah ruas garis AB dan E titik pada sisi BC . Misalkan garis yang melalui E dan sejajar AB memotong garis bagi $\angle ACB$ di titik P . Misalkan juga I titik pusat lingkaran dalam segitiga ABC dan J titik pusat lingkaran singgung luar dari segitiga ABC yang menyinggung sisi CA (bukan perpanjangan sisi CA). Garis DJ memotong sisi CA di titik F .
 - (a) Buktikan bahwa garis IF sejajar dengan AB
 - (b) Buktikan bahwa garis AP, BJ , dan EF berpotongan di satu titik
4. Diberikan suatu segitiga pada bidang xy dengan ketiga titik sudutnya bukan merupakan titik kisi dan ketiga sisinya tidak melalui titik kisi. Diketahui juga bahwa segitiga tersebut memuat paling sedikit 10 titik kisi di bagian dalamnya. Buktikan

bahwa terdapat 4 titik kisi di bagian dalam segitiga tersebut yang terletak pada satu garis

Catatan: Pada bidang xy , titik kisi adalah titik berbentuk (a, b) dengan a dan b bilangan bulat.

muhacode.com