

SOAL OLIMPIADE MATEMATIKA SMA TINGKAT PROVINSI TAHUN 2007

Diketik ulang oleh: muha.com

A. Isian Singkat

1. Bilangan ganjil 4-angka terbesar yang hasil penjumlahan semua angkanya bilangan prima adalah...
2. Sejumlah uang terdiri dari koin pecahan Rp500, Rp200, dan Rp100 dengan nilai total Rp100.000. Jika nilai uang pecahan 500-an setengah dari nilai uang 200-an, tetapi tiga kali nilai uang pecahan 100-an, maka banyaknya koin adalah...
3. Panjang sisi miring sebuah segitiga siku-siku sama dengan dua kali panjang sisi terpendeknya, sedangkan panjang sisi ketiga 1 satuan panjang lebih panjang dari panjang sisi terpendeknya. Luas segitiga itu adalah...
4. Di antara bilangan-bilangan 2006, 2007, dan 2008, bilangan yang memiliki faktor prima berbeda terbanyak adalah...
5. Seorang pedagang mobil bekas menjual dua buah mobil dengan harga sama. Ia merugi 10% untuk mobil pertama, tetapi impas (kembali modal) untuk kedua mobil. Persentase keuntungan pedagang itu untuk mobil kedua adalah...
6. Dona menyusun lima buah persegi yang kongruen menjadi sebuah bangun datar. Tidak ada persegi yang menindih persegi lainnya. Jika luas bangun yang diperoleh Dona adalah 245 cm^2 , keliling bangun tersebut paling sedikit adalah... cm
7. Empat tim sepakbola mengikuti sebuah turnamen. Setiap tim bertanding melawan masing-masing tim lainnya sekali. Setiap kali bertanding, sebuah tim memperoleh nilai 3 jika menang, 0 jika kalah, dan 1 jika pertandingan berakhir seri. Di akhir turnamen salah satu tim memperoleh nilai total 4. Jumlah nilai total ketiga tim lainnya paling sedikit adalah...
8. Untuk bilangan asli n , didefinisikan $n! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times n$, dalam bentuk sederhana, $1! \cdot 1 + 2! \cdot 2 + 3! \cdot 3 + \dots + n! \cdot n = \dots$
9. Titik P terletak di kuadrat I pada garis $y = x$. Titik Q terletak pada garis $y = 2x$ demikian sehingga PQ tegak lurus terhadap garis $y = x$ dan $PQ = 2$. Maka koordinat Q adalah...
10. Himpunan semua bilangan asli n sehingga $6n + 30$ adalah kelipatan $2n + 1$ adalah...
11. Suku konstanta pada ekspansi $(2x^2 - \frac{1}{x})^9$ adalah...

12. Absis titik potong garis l dengan sumbu- X dan ordinat titik potong l dengan sumbu- Y adalah bilangan-bilangan prima. Jika l juga melalui titik $(3, 4)$, persamaan l adalah...
13. Tujuh belas permen dikemas ke dalam kantong-kantong sehingga banyak permen dalam setiap dua kantong berselisih paling banyak 1. Banyaknya cara mengemas permen tersebut ke dalam paling sedikit dua kantong adalah...
14. Jika nilai minimum $x + y$ pada himpunan $\{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0, x + 3y \leq 6, 3x + y \leq a\}$ adalah 4, maka haruslah $a = \dots$
15. Sebuah kubus berukuran $5 \times 5 \times 5$ disusun dari 125 kubus satuan. Permukaan kubus besar lalu dicat. Rasio sisi (permukaan) ke-125 kubus satuan yang dicat terhadap yang tidak dicat adalah...
16. Sebuah papan persegi dibagi ke dalam 4×4 petak dan diwarnai seperti papan catur. Setiap petak diberi nomor dari 1 hingga 16. Andi ingin menutup petak-petak pada papan dengan 7 kartu seukuran 2×1 petak. Agar ke-7 kartunya dapat menutupi papan, ia harus membuang dua petak. Banyak cara ia membuang dua petak adalah...
17. Bilangan-bilangan asli $1, 2, 3, \dots, n$ dituliskan di papan tulis, kemudian salah satu bilangan dihapus. Rata-rata aritmatika bilangan yang tertinggal adalah $35\frac{7}{17}$. Bilangan n yang memungkinkan ini terjadi adalah...
18. Diberikan segitiga ABC siku-siku di A , titik D pada AC dan titik F pada BC . Jika AF tegak lurus BC dan $BD = DC = FC = 1$, maka $AC = \dots$
19. Di antara semua solusi bilangan asli (x, y) persamaan $\frac{x+y}{2} + \sqrt{xy} = 54$, solusi dengan x terbesar adalah $(x, y) = \dots$
20. Misalkan V adalah himpunan titik-titik pada bidang dengan koordinat bilangan bulat dan X adalah himpunan titik tengah dari semua pasangan titik pada himpunan V . Untuk memastikan bahwa ada anggota X yang juga memiliki koordinat bilangan bulat, banyak anggota V paling sedikit harus...

B. Uraian

1. Misalkan $ABCD$ sebuah segiempat dengan $AB = BC = CD = DA$
 - (a) Buktikan bahwa titik A harus berada di luar segitiga BCD
 - (b) Buktikan bahwa setiap pasang sisi berhadapan pada $ABCD$ selalu sejajar.
2. Misalkan a dan b dua bilangan asli, yang satu bukan kelipatan yang lainnya. Misalkan pula $KPK(a, b)$ adalah bilangan 2-angka, sedangkan $FPB(a, b)$ dapat diperoleh dengan membalik urutan angka pada $KPK(a, b)$. Tentukan b terbesar yang mungkin

3. Tentukan semua bilangan real x yang memenuhi $x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 1 = 0$
4. Pada segitiga lancip ABC , AD , BE , dan CF adalah garis-garis tinggi, dengan D , E , F berturut-turut pada sisi BC , CA , dan AB . Buktikan bahwa $DE + DF \leq BC$
5. Bilangan-bilangan $1, 2, 3, \dots, 15, 16$ disusun pada persegi 4×4 . Untuk $i = 1, 2, 3, 4$, misalkan b_i adalah jumlah bilangan-bilangan pada baris ke- i dan k_i adalah jumlah bilangan-bilangan pada kolom ke- i . Misalkan pula d_1 dan d_2 adalah jumlah bilangan-bilangan pada kedua diagonal. Susunan tersebut dapat disebut antimagic jika $b_1, b_2, b_3, b_4, k_1, k_2, k_3, k_4, d_1, d_2$ dapat disusun menjadi sepuluh bilangan berurutan. Tentukan bilangan terbesar di antara sepuluh bilangan berurutan ini dapat diperoleh dari sebuah antimagic.