

## SOAL OLIMPIADE MATEMATIKA SMA TINGKAT PROVINSI TAHUN 2006

Diketik ulang oleh: muha.com

### A. Isian Singkat

1. Hasil penjumlahan semua bilangan bulat di antara  $\sqrt[3]{2006}$  dan  $\sqrt{2006}$  adalah...
2. Pada trapesium  $ABCD$ , sisi  $AB$  sejajar dengan  $DC$ . Sebuah lingkaran yang menyinggung keempat sisi trapesium dapat dibuat. Jika  $AB = 75$  dan  $DC = 40$ , maka keliling trapesium  $ABCD = \dots$
3. Himpunan semua  $x$  yang memenuhi  $(x - 1)^3 + (x - 2)^2 = 1$  adalah...
4. Bilangan prima dua-angka terbesar yang merupakan jumlah dua bilangan prima lainnya adalah...
5. Afkar memilih suku-suku barisan geometri tak hingga  $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$  untuk membuat barisan geometri tak hingga baru yang jumlahnya  $\frac{1}{7}$ . Tiga suku pertama pilihan Afkar adalah...
6. Luas sisi-sisi sebuah kotak adalah 486, 486, 243, 243, 162, 162. Volume balok tersebut adalah...
7. Nilai maksimum fungsi  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x^2 - 4x + 3}$  adalah...
8. Diberikan fungsi  $f(x) = ||x - 2| - a| - 3$ . Jika grafik fungsi memotong sumbu- $X$  tepat di tiga titik, maka  $a = \dots$
9. Untuk bilangan asli  $n$ , tuliskan  $s(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + n$  dan  $p(n) = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$ . Bilangan genap  $n$  terkecil yang memenuhi  $p(n)$  habis dibagi  $s(n)$  adalah...
10. Jika  $|x| + x + y = 10$  dan  $x + |y| - y = 12$ , maka  $x + y = \dots$
11. Sebuah himpunan tiga bilangan asli disebut *himpunan aritmatika* jika salah satu unsurnya merupakan rata-rata dari dua unsur lainnya. Banyaknya subhimpunan aritmatika dari  $\{1, 2, 3, \dots, 8\}$  adalah...
12. Dari setiap bilangan satu-angka  $a$ , bilangan  $N$  dibuat dengan menyandingkan ketiga bilangan  $a+2, a+1, a$  yaitu  $N = (a+2)(a+1)a$ . Sebagai contoh, untuk  $a = 8, N = 1098$ . Kesepuluh bilangan  $N$  semacam itu memiliki faktor persekutuan terbesar...
13. Jika  $x^2 = \frac{1}{x^2} = 47$ , maka  $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \dots$

14. Sebuah kelas akan memilih seorang murid di antara mereka untuk mewakili kelas tersebut. Setiap murid mempunyai kesempatan yang sama untuk dipilih. Peluang seorang murid laki-laki terpilih sama dengan  $\frac{2}{3}$  kali peluang terpilihnya seorang murid perempuan. Persentase murid laki-laki di kelas tersebut adalah...
15. Pada segitiga  $ABC$ , garis bagi sudut  $A$  memotong sisi  $BC$  di titik  $D$ . Jika  $AB = AD = 2$  dan  $BD = 1$ , maka  $CD = \dots$
16. Jika  $(x - 1)^2$  membagi  $ax^4 + bx^3 + 1$ , maka  $ab = \dots$
17. Dari titik  $O$  ditarik dua setengah-garis (sinar)  $l_1$  dan  $l_2$  yang membentuk sudut lancip  $\alpha$ . Titik-titik berbeda  $A_1, A_3, A_5$  terletak pada garis  $l_2$ , sedangkan titik-titik  $A_2, A_4, A_6$  terletak di  $l_1$ . Jika  $A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4O = OA_5 = A_5A_6 = A_6A_1$ , maka  $\alpha = \dots$
18. Banyaknya bilangan 7-angka berbeda yang dapat dibentuk dengan cara mengubah susunan angka dari 2504224 adalah...
19. Evan membuat sebuah barisan bilangan  $a_1, a_2, a_3, \dots$  yang memenuhi  $a_{k+1} - a_k = 2(a_k - a_{k-1}) - 1$ , untuk  $k = 2, 3, \dots$ , dan  $a_2 - a_1 = 2$ . Jika 2006 muncul dalam barisan, nilai  $a_1$  terkecil yang mungkin adalah...
20. Pada segitiga  $ABC$ , garis-garis berat dari titik sudut  $B$  dan titik sudut  $C$  saling berpotongan tegak lurus. Nilai minimum  $\cot B + \cot C$  adalah...

## B. Uraian

1. Misalkan segitiga  $ABC$  siku-siku di  $B$ . Garis tinggi dari  $B$  memotong sisi  $AC$  di titik  $D$ . Jika  $E$  dan  $F$  berturut-turut adalah titik tengah  $BD$  dan  $CD$ , buktikan bahwa  $AE \perp BF$ .
2. Misalkan  $m$  bilangan asli yang memenuhi  $1003 < m < 2006$ . Diberikan himpunan bilangan asli  $S = \{1, 2, 3, \dots, m\}$ , berapa banyak anggota  $S$  harus dipilih agar selalu terdapat paling sedikit satu pasang anggota terpilih yang hasil tambahnya 2006?
3. Misalkan  $d = FPB(7n + 5, 5n + 4)$ , dimana  $n$  adalah bilangan asli.
  - (a) Buktikan bahwa untuk setiap bilangan asli  $n$  berlaku  $d = 1$  atau  $d = 3$
  - (b) Buktikan bahwa  $d = 3$  jika dan hanya jika  $n = 3k + 1$ , untuk suatu bilangan asli  $k$
4. Win memiliki dua koin. Ia akan melakukan prosedur berikut berulang-ulang selama ia masih memiliki koin: lempar semua koin yang dimilikinya secara bersamaan; setiap koin yang muncul sisi angka akan diberikannya kepada Albert. Tentukan peluang bahwa Win akan mengulangi prosedur ini lebih dari tiga kali.

5. Misalkan  $a, b, c$  bilangan-bilangan asli. Jika semua akar ketiga persamaan

$$x^2 - 2ax + b = 0$$

$$x^2 - 2bx + c = 0$$

$$x^2 - 2cx + a = 0$$

adalah bilangan asli, tentukan  $a, b$ , dan  $c$

muhacode.com