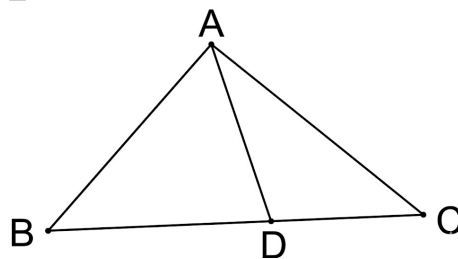


## SOAL OLIMPIADE MATEMATIKA SMA TINGKAT PROVINSI TAHUN 2005

Diketik ulang oleh: muha.com

### A. Isian Singkat

1. Jika  $a$  sebuah bilangan rasional dan  $b$  adalah sebuah bilangan tak rasional, maka  $a + b$  adalah bilangan...
2. Jumlah sepuluh bilangan prima yang pertama adalah...
3. Banyaknya himpunan  $X$  yang memenuhi  $\{1, 2\} \subseteq X \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$  adalah...
4. Jika  $N = 123456789101112 \dots 9899100$ , maka tiga angka pertama  $\sqrt{N}$  adalah...
5. Misalkan  $ABCD$  adalah sebuah trapesium dengan  $BC \parallel AD$ . Titik-titik  $P$  dan  $R$  berturut-turut adalah titik tengah sisi  $AB$  dan  $CD$ . Titik  $Q$  terletak pada sisi  $BC$  sehingga  $BQ : QC = 3 : 1$ , sedangkan titik  $S$  terletak pada sisi  $AD$  sehingga  $AS : SD = 1 : 3$ . Rasio luas segiempat  $PQRS$  terhadap luas trapesium  $ABCD$  adalah...
6. Bilangan tiga angka terkecil yang merupakan bilangan kuadrat sempurna dan bilangan kubik (pangkat tiga) sempurna sekaligus adalah...
7. Jika  $a, b$  dua bilangan aslil  $a \leq b$  sehingga  $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{a}}{\sqrt{4} + \sqrt{b}}$  adalah bilangan rasional, maka pasangan terurut  $(a, b)$  adalah...
8. Jika  $AB = AC, AD = BD$ , dan besar sudut  $DAC = 39^\circ$ , maka besar sudut  $BAD$  adalah...



9. Ketika mendaki sebuah bukit, seorang berjalan dengan kecepatan  $1\frac{1}{2}$  km/jam. Ketika menuruni bukit tersebut, ia berjalan tiga kali lebih cepat. Jika waktu yang dibutuhkan untuk melakukan perjalanan bolak-balik dari kaki bukit ke puncak bukit dan kembali ke kaki bukit adalah 6 jam, maka jarak kaki bukit dan puncak bukit (dalam km) adalah...

10. Sebuah segienam beraturan dan sebuah segitiga sama sisi mempunyai keliling sama. Jika luas segitiga adalah  $\sqrt{3}$ , maka luas segienam adalah...
11. Dua buah dadu dilemparkan secara bersamaan. Peluang jumlah kedua angka yang muncul adalah bilangan prima adalah...
12. Keliling sebuah segitiga sama sisi adalah  $p$ . Misalkan  $Q$  adalah sebuah titik di dalam segitiga tersebut. Jika jumlah jarak dari  $Q$  ke ketiga sisi segitiga adalah  $s$ , maka dinyatakan dalam  $s$ ,  $p = \dots$
13. Barisan bilangan asli  $(a, b, c)$  dengan  $a \geq b \geq c$ , yang memenuhi sekaligus kedua persamaan  $ab + bc = 44$  dan  $ac + bc = 23$  adalah...
14. Empat buah titik berbeda terletak pada sebuah garis. Jarak antara sebarang dua titik dapat diurutkan menjadi barisan  $1, 4, 5, k, 9, 10$ , maka  $k = \dots$
15. Sebuah kelompok terdiri dari 2005 anggota. Setiap anggota memegang tepat surat rahasia. Setiap anggota dapat mengirim surat kepada anggota lain manapun untuk menyampaikan seluruh rahasia yang dipegangnya. Banyaknya surat yang perlu dikirim agar semua anggota kelompok mengetahui seluruh rahasia adalah...
16. Banyaknya pasangan bilangan bulat  $(x, y)$  yang memenuhi persamaan  $2xy - 5x + y = 55$  adalah...
17. Himpunan  $A$  dan  $B$  saling lepas dan  $A \cup B = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ . Hasil perkalian semua unsur  $A$  sama dengan jumlah semua unsur  $B$ . Unsur terkecil  $B$  adalah...
18. Bentuk sederhana dari
- $$\frac{(2^3 - 1)(3^3 - 1)(4^3 - 1) \cdots (100^3 - 1)}{(2^3 + 1)(3^3 + 1)(4^3 + 1) \cdots (100^3 + 1)}$$
- adalah...
19. Misalkan  $ABCD$  adalah limas segitiga beraturan, yaitu bangun ruang berisi empat yang berbentuk segitiga samasisi. Misalkan  $S$  adalah titik tengah rusuk  $AB$  dan  $I$  titik tengah rusuk  $CD$ . Jika panjang rusuk  $ABCD$  adalah 1 satuan panjang, maka panjang  $ST$  adalah...
20. Untuk sebarang bilangan real  $a$ , notasi  $[a]$  menyatakan bilangan bulat terbesar yang lebih kecil atau sama dengan  $a$ . Jika  $x$  bilangan real yang memenuhi  $[x + \sqrt{3}] = [x] + [\sqrt{3}]$ , maka  $x - [x]$  tidak dapat lebih besar dari...

## B. Uraian

1. Panjang sisi terbesar pada segiempat talibusur  $ABCD$  adalah  $a$ , sedangkan jari-jari lingkaran luar segitiga  $ACD$  adalah 1. Tentukan nilai terkecil yang mungkin bagi  $a$ . Segiempat  $ABCD$  yang bagaimana yang memberikan nilai  $a$  sama dengan nilai terkecil tersebut?

2. Di dalam sebuah kotak terdapat 4 bola yang masing-masing bernomor 1, 2, 3, dan 4. Anggi mengambil bola secara acak, mencatat nomornya, dan mengembalikannya ke dalam kotak. Hal yang sama ia lakukan sebanyak 4 kali. Misalkan jumlah keempat nomor bola yang terambil adalah 12. Berapa peluang bola yang terambil selalu bernomor 3?
3. Jika  $\alpha, \beta$ , dan  $\gamma$  adalah akar-akar persamaan  $x^3 - x - 1 = 0$ , maka tentukan  $\frac{1+\alpha}{1-\alpha} + \frac{1+\beta}{1-\beta} + \frac{1+\gamma}{1-\gamma}$ ?
4. Panjang ketiga sisi  $a, b, c$  dengan  $a \leq b \leq c$ , sebuah segitiga siku-siku adalah bilangan bulat. Tentukan semua barisan  $(a, b, c)$  agar keliling dan nilai luas segitiga tersebut sama.
5. Misalkan  $A$  dan  $B$  dua himpunan, masing-masing beranggotakan bilangan-bilangan asli yang berurutan. Jumlah rata-rata aritmatika unsur-unsur  $A$  dan rata-rata aritmatika unsur-unsur  $B$  adalah 5002. Jika  $A \cap B = \{2005\}$ , maka tentukan unsur-unsur yang mungkin dari himpunan  $A \cup B$ .