

SOAL OLIMPIADE MATEMATIKA SMA TINGKAT PROVINSI TAHUN 2003

Diketik ulang oleh: muha.com

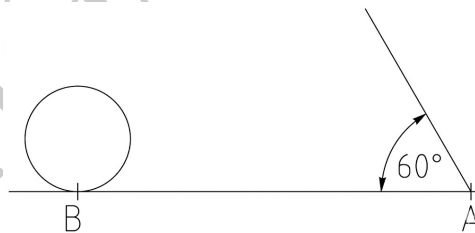
A. Isian Singkat

1. Jika a dan b bilangan bulat ganjil dengan $a > b$, berapa banyakkah bilangan bulat genap di antara a dan b ?
2. Agung mendapatkan bahwa nilai rata-rata dari tiga ulangan matematika yang diikutinya adalah 81. Nilai ulangan pertama adalah 85. Nilai ulangan ketiga lebih rendah 4 dari nilai ulangan kedua. Berapakah nilai ulangan kedua Agung?
3. Apakah himpunan jawab dari persamaan $|x + 2| + |3x| = 14$?
4. Keempat bilangan 3, 5, 7, dan 8 akan diisikan ke dalam kotak-kotak di bawah ini. Berapakah hasil terbesar yang dapat diperoleh?

$$\square - \frac{\square}{\square} \times \square$$

5. Misalkan x, y, z tiga bilangan asli berbeda. Faktor persekutuan terbesar ketiganya adalah 12, sedangkan kelipatan persekutuan terkecil ketiganya adalah 840. Berapakah nilai terbesar bagi $x + y + z$?
6. Berapakah bilangan bulat positif k terkecil sehingga $\underbrace{20032003 \dots 2003}_{2003 \text{ kali}}$ habis dibagi 9?
7. Persamaan kuadrat $2x^2 - 2(2a + 1)x + a(a - 1) = 0$ mempunyai dua akar real x_1 dan x_2 . Berapakah nilai a yang memenuhi persamaan kuadrat tersebut sehingga $x_1 < a < x_2$?
8. Dalam sebuah segitiga ABC siku-siku sama kaki, dibuat persegi $PQRS$ sebagai berikut: Titik P pada sisi AB , titik Q pada sisi AC , sedangkan titik-titik R dan S pada sisi miring BC . Jika luas segitiga ABC adalah x , berapakah luas persegi $PQRS$?
9. Upik melemparkan n dadu. Ia menghitung peluang terjadinya jumlah mata dadu sama dengan 6. Untuk n berapakah peluang tersebut paling besar?
10. Suatu garis vertikal membagi segitiga dengan titik sudut $(0, 0)$, $(1, 1)$, dan $(9, 1)$ menjadi dua daerah dengan luas yang sama. Apakah persamaan garis tersebut?

11. Misalkan m dan n dua bilangan asli yang memenuhi $m^2 - 2003 = n^2$. Berapakah mn ?
12. Berapakah nilai x yang memenuhi ${}^4\log({}^2\log x) + {}^2\log({}^4\log x) = 2$?
13. Titik P terletak di dalam persegi $ABCD$ sedemikian rupa sehingga $AP : PB : CP = 1 : 2 : 3$. Berapakah besar sudut APB ?
14. Dengan mengkombinasikan ketiga warna dasar merah, kuning, dan biru dapat dibentuk warna-warna yang lain. Misalkan terdapat 5 kaleng cat warna merah, 5 kaleng warna kuning, dan 5 kaleng warna biru. Budi boleh memilih kaleng manapun untuk mencampurkan warna, dan semua cat dalam sebuah kaleng harus dipakai semua. Ada berapa pilihan warna yang dihasilkan ?
15. Pak Oto membeli dua mobil untuk dijual kembali. Ia memperoleh keuntungan 30% dari mobil pertama, tetapi menderita kerugian 20% pada mobil kedua. Harga jual kedua mobil sama. Berapa persentase keuntungan (atau kerugian) pak Oto secara keseluruhan? [Catatan: Semua persentase terhadap harga pembelian. Untuk jawaban, gunakan tanda '-' untuk menyatakan kerugian dan tanda '+' untuk menyatakan keuntungan]
16. Empat pasang suami isteri menonton pagelaran orkestra. Tempat duduk mereka harus dipisah antara kelompok suami dan kelompok isteri. Untuk masing-masing kelompok disediakan 4 buah tempat duduk bersebelahan dalam satu barisan. Ada berapa banyak cara memberikan tempat duduk kepada mereka?
17. Sebuah bola dengan jari-jari r ditendang dari B ke A . Bola tersebut menggelinding sebanyak tepat 10 putaran sebelum membentuk bidang miring dan berhenti. Berapakah jarak dari B ke A ?



18. Berapa sisa pembagian $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + 99 \cdot 99! + 100 \cdot 100!$ oleh 101?
19. Suatu lingkaran mempunyai diameter AB yang panjangnya merupakan bilangan bulat 2-angka. Tali busur CD tegak lurus pada AB dan memotong AB di titik H . Panjang CD sama dengan bilangan yang diperoleh dengan menukar letak kedua angka dari panjang AB . Jika jarak dari H ke pusat lingkaran merupakan bilangan rasional, berapakah panjang AB ?
20. Berapakah banyaknya cara memilih tiga bilangan berbeda sehingga tidak ada dua bilangan yang berurutan, jika bilangan-bilangan tersebut dipilih dari himpunan $\{1, 2, 3, \dots, 9, 10\}$

B. Uraian

1. Andi, Beni, Coki, Doni dan Edo bermain kancil-serigala. Setiap anak menjadi kancil atau serigala, tetapi tidak kedua-duanya. Kancil selalu jujur, sementara serigala selalu berdusta. Andi berkata bahwa Beni adalah kancil. Coki berkata bahwa Doni adalah serigala. Edo berkata Andi bukan serigala. Beni berkata Coki bukan kancil. Doni berkata bahwa Edo dan Andi adalah binatang yang berbeda. Tentukan banyaknya serigala dalam permainan ini.
2. Tentukan semua bilangan bulat a dan b sehingga bilangan $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{a}}{\sqrt{3}+\sqrt{b}}$ merupakan bilangan rasional
3. Titik-titik P dan Q berturut-turut adalah titik tengah rusuk AE dan CG pada kubus $ABCD.EFGH$. Jika panjang rusuk kubus adalah 1 satuan, tentukan luas segi-empat $DPFQ$?
4. Buktikan bahwa $999! < 500^{999}$.
Catatan: $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$
5. Tiga buah titik terletak pada daerah yang dibatasi oleh sumbu Y dan grafik persamaan $7x - 3y^2 + 21 = 0$. Buktikan bahwa sedikitnya dua di antara ketiga titik tersebut mempunyai jarak tidak lebih dari 4 satuan.