

## SOAL OLIMPIADE MATEMATIKA SMA TINGKAT NASIONAL TAHUN 2004

Diketik ulang oleh: [muha.com](http://muha.com)

### A. Hari Pertama

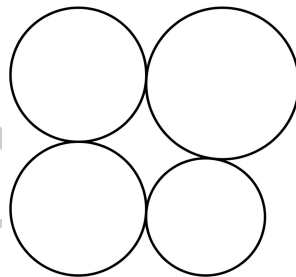
1. Berapa banyaknya pembagi genap dan pembagi ganjil dari  $5^6 - 1$ ?
2. Sebuah bak bila diisi dengan keran air dingin akan penuh dalam 14 menit. Untuk mengosongkan bak yang penuh dengan membuka lubang pada dasar bak, air akan keluar semua dalam waktu 21 menit. Jika keran air dingin dan air panas dibuka bersamaan dan lubang pada dasar bak dibuka, bak akan penuh dalam 12,6 menit. Maka berapa lamakah waktu yang diperlukan untuk memenuhi bak hanya dengan keran air panas dan lubang pada dasar bak ditutup?

3.

$$1 * 2 * 3 * 4 * 5 * 6 * 7 * 8 * 9 * 10$$

Berapa carakah untuk menyusun deretan tersebut dengan mengganti tanda ekspresi "\*" dengan tandan "+" atau "-" sehingga jumlahnya menjadi 29?

4. Lingkaran yang berbeda bentuk disusun sebagai berikut



Buktikan bahwa ada lingkaran yang melewati keempat titik singgung keempat lingkaran

### B. Hari Kedua

5.

$$x_1 + 4x_2 + 9x_3 + 16x_4 + 25x_5 + 36x_6 + 49x_7 = 1$$

$$4x_1 + 9x_2 + 16x_3 + 25x_4 + 36x_5 + 49x_6 + 64x_7 = 12$$

$$9x_1 + 16x_2 + 25x_3 + 36x_4 + 49x_5 + 64x_6 + 81x_7 = 123$$

Berapakah nilai  $S$  jika

$$S = 16x_1 + 25x_2 + 36x_3 + 49x_4 + 64x_5 + 81x_6 + 100x_7$$

6. Persamaan kuadrat  $x^2 + ax + b + 1 = 0$  dengan  $a, b$  adalah bilangan bulat, memiliki akar-akar bilangan asli. Buktikan bahwa  $a^2 + b^2$  bukan bilangan permainan
7. Buktikan bahwa suatu segitiga  $ABC$  siku-siku di  $C$  dengan  $a$  menyatakan sisi dihadapan sudut  $A$ ,  $b$  menyatakan sisi dihadapan sudut  $B$ ,  $c$  menyatakan sisi di hadapan sudut  $C$ , memiliki diameter lingkaran dalam sama dengan  $a + b - c$ .
8. Sebuah lantai berluas  $3 \text{ m}^3$  akan ditutupi oleh karpet dengan bermacam bentuk sebanyak 5 buah dengan ukuran @  $1 \text{ m}^2$ . Tunjukkan bahwa ada 2 karpet yang tumpang tindih dengan luasan tumpang tindih lebih dari  $\frac{1}{5} \text{ m}^2$ .