

SOAL OLIMPIADE MATEMATIKA SMA TINGKAT NASIOANAL TAHUN 2002

Diketik ulang oleh: muhacode.com

A. Uraian

1. Buktikan bahwa $n^4 - n^2$ habis dibagi oleh 12 untuk sebarang bilangan bulat $n > 1$.
2. Lima buah dadu (enam-muka) akan dilempar satu demi satu, lalu hasil kalima angka yang muncul akan dihitung. Manakah yang lebih besar peluang terjadinya hasil kali 180 atau hasil kali 144?
3. Tentukan semua solusi dari sistem persamaan

$$\begin{aligned}x + y + z &= 6 \\x^2 + y^2 + z^2 &= 12 \\x^3 + y^3 + z^3 &= 24\end{aligned}$$

4. Diberikan segitiga ABC dengan $AC > BC$. Pada lingkaran luar segitiga ABC terletak titik D yang merupakan titik tengah busur AB yang memuat titik C . Misalkan E adalah titik pada AC sehingga DE tegak lurus pada AC . Buktikan bahwa $AE = EC + CB$
5. Semua dari sepuluh bilangan berikut: 4, 5, 6, 7, 8, 12, 13, 16, 18, 19 akan diisikan ke dalam petak kosong pada tabel 3×5 dibawah.

10		
		9
	3	
11		17
	20	

Sesudah semua petak terisi, jumlah bilangan pada setiap baris akan sama. Demikian pula hanya jumlah bilangan pada setiap kolom akan sama. Tentukan semua pengisian petak yang mungkin.

6. Tentukan semua bilangan prima p yang membuat $4p^2 + 1$ dan $6p^2 + 1$ keduanya bilangan prima
7. Misalkan $ABCD$ sebuah belah ketupat dengan $\angle A = 60^\circ$ dan P adalah titik potong kedua diagonal AC dan BD . Misalkan A, R , dan S tiga titik pada (keliling) belah ketupat. Jika $PQRS$ juga membentuk belah ketupat, tunjukkan bahwa tepat satu di antara Q, R, S berimpit dengan titik sudut belah ketupat $ABCD$