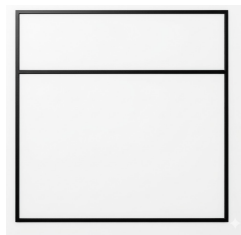


# SOAL OLIMPIADE MATEMATIKA SMA TINGKAT KABUPATEN TAHUN 2024

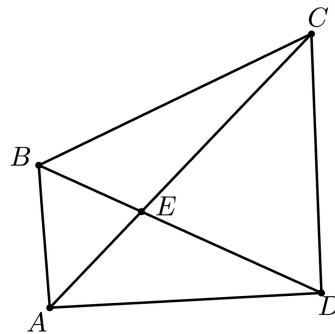
Diketik ulang oleh: muha.com

## A. Kemampuan Dasar

1. Sebuah persegi dibagi menjadi 2 persegi panjang, seperti terlihat pada gambar. Diketahui hasil penjumlahan kedua keliling persegi panjang tersebut adalah 60, maka luas persegi adalah...



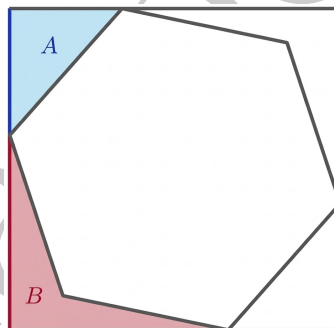
2. Diketahui ada 6 pilihan jalan yang dapat digunakan untuk berpergian dari kota A ke kota B dan ada 8 pilihan jalan yang dapat digunakan untuk berpergian dari kota B ke kota C. Jika seseorang akan berpergian dari kota A ke kota C melalui kota B dan pulang kembali lagi ke kota A melalui jalan-jalan yang berbeda dari ketika saat pergi, banyaknya cara memilih jalan yang dapat dilalui adalah...
3. Pada papan tertulis 90 bilangan asli  $1, 1, \dots, 1, a, b$  (ada sebanyak 88 bilangan 1). Hasil penjumlahan seluruh bilangan di papan adalah  $A$  dan demikian juga hasil perkalian semua bilangan di papan adalah  $A$ . Nilai  $A$  adalah...
4. Misalkan  $a, b$  bilangan bulat positif yang tidak memiliki faktor persekutuan selain 1. Jika berlaku
$$\frac{1 + 2 + 3 + \dots + 104}{3 + 4 + 5 + \dots + 106} = \frac{a}{b}$$
maka nilai  $a + b$  adalah...
5. Bilangan OSK adalah bilangan 4 angka yang tidak dimulai dengan angka 0 dan hasil penjumlahan semua digitnya adalah 8. Sebagai contoh, 2024 merupakan bilangan OSK. Banyaknya bilangan OSK adalah...
6. Misalkan  $u_1, u_2, u_3, \dots$  suatu barisan geometri dengan  $u_1 > u_2$ . Jika  $u_2 = 8$  dan  $u_5 + u_7 = \frac{17u_6}{4}$ . Nilai dari  $u_1$  adalah...
7. Diberikan segiempat  $ABCD$  dengan luas segitiga  $AED$  sama dengan luas segitiga  $BEC$ . Jika  $AB = 50$ ,  $AE = 45$ , dan  $AC = 108$ , maka  $CD$  adalah...



8. Banyak bilangan dua digit  $\overline{ab}$  dengan  $a, b \neq 0$  sehingga  $\overline{ab} + \overline{ba}$  merupakan kelipatan 66 adalah...
9. Misalkan  $k$  adalah bilangan bulat positif terkecil kelipatan 2024 yang memiliki 28 faktor positif. Sisa hasil bagi  $k$  oleh 100 adalah...
10. Misalkan  $x, y$  bilangan real positif dengan  $x > y$ . Jika diketahui bahwa  $x^2 + y^2 = \left(\frac{545}{272}\right) xy$ , maka  $\frac{x+y}{x-y}$  adalah...

## B. Kemampuan Lanjut

11. Suatu segienam beraturan disisipkan ke dalam sebuah persegi panjang seperti terlihat pada gambar di bawah ini.



Jika luas A dan B berturut-turut adalah 24 dan 28, maka luas segienam beraturan adalah...

12. Banyak himpunan bagian A dari  $\{24, 25, 26, \dots, 35\}$  sehingga hasil penjumlahan unsur terbesar dan terkecil dari A sama dengan 59 adalah...
13. Untuk setiap bilangan asli  $n$ , misalkan  $f(n)$  menyatakan faktor ganjil terbesar dari  $n$  dan  $p(n) = f(n) + f(n+1) + \dots + f(2n)$ . Jika  $p(n) = 8145$ , maka  $n$  adalah...
14. Diberikan suku banyak  $P(x) = x^3 + Dx^2 + Ex + 1$  dan  $P(-1) = 4$ . Jika  $a, b, c$  merupakan akar-akar dari  $P(x) = 0$  dan memenuhi  $(a^2 - bc)(b^2 - ca)(c^2 - ab) = 40$ , maka nilai dari  $(D + E)^2$  adalah...

15. Banyaknya barisan bilangan bulat positif dengan enam suku  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$  yang mungkin sehingga  $1 \leq a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6 \leq 4$  dan tidak ada dua suku berurutan yang jumlahnya 4 adalah...
16. Diberikan sebuah segitiga  $ABC$  yang siku-siku pada sudut  $B$ . Lingkaran  $\omega$  merupakan lingkaran dalam segitiga  $ABC$  yang menyinggung sisi  $BC$  pada titik  $D$ . Titik  $E$  terletak pada  $\omega$  sehingga  $DE$  merupakan diameter dari  $\omega$ . Perpanjang garis  $AE$  memotong  $\omega$  kedua kalinya pada titik  $F$ , dan memotong sisi  $BC$  pada titik  $G$ . Apabila  $EF = 3$ , dan  $FG = 4$ , maka panjang  $AE$  dapat dinyatakan dalam bentuk  $\frac{p\sqrt{q}}{r}$ , dengan  $p, q, r$  merupakan bilangan bulat positif, satu-satunya faktor kuadrat dari  $q$  adalah 1, dan  $\text{FPB}(p, r) = 1$ . Nilai dari  $p + q + r$  adalah...
17. Diketahui  $a, b, c$  bilangan real positif yang memenuhi  $a + b + c = \frac{32}{a} + \frac{32}{b} + \frac{32}{c} = 24$ . Nilai terbesar yang mungkin dicapai oleh  $\frac{a^2+32}{a}$  adalah...
18. Untuk setiap bilangan real  $x$  notasi  $\lfloor x \rfloor$  menyatakan bilangan bulat terbesar yang kurang dari atau sama dengan  $x$ . Sebagai contoh,  $\lfloor 1, 1 \rfloor = 1$ ,  $\lfloor 3 \rfloor = 3$ , dan sebagainya. Jika tepat sebanyak 1000 bilangan berbeda pada barisan

$$\left\lfloor \frac{1^2}{2024} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{2^2}{2024} \right\rfloor, \left\lfloor \frac{3^2}{2024} \right\rfloor, \dots, \left\lfloor \frac{4^2}{2024} \right\rfloor$$

19. Banyaknya pemetaan  $f : \{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$  sehingga  $f(f(x)) \in \{2, 4\}$  untuk setiap  $x \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$  adalah...
20. Pada  $\triangle ABC$ , titik  $D$  dan  $E$  terletak pada sisi  $BC$  sehingga  $B, D, E, C$  terletak pada urutan tersebut. Diketahui bahwa  $BD : DE : EC = 4 : 2 : 5$  dan garis-garis  $AD$  dan  $AE$  membagi tiga  $\angle BAC$  sama besar. Garis  $AD$  dan  $AE$  masing-masing memotong lingkaran luar  $\triangle ABC$  pada titik  $F$  dan  $G$ . Nilai dari  $\frac{DF}{EG}$  dapat dinyatakan dalam bentuk  $\sqrt{\frac{p}{q}}$  untuk suatu bilangan bulat positif  $p$  dan  $q$  yang saling relatif prima, nilai dari  $p + q$  adalah...