

SOAL OLIMPIADE MATEMATIKA SMA TINGKAT KABUPATEN TAHUN 2021

Diketik ulang oleh: muha.com

A. Kemampuan Dasar

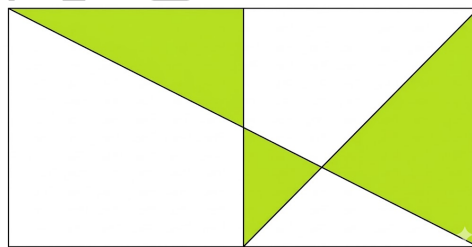
1. Diberikan u_1, u_2, u_3, \dots merupakan barisan aritmatika. Jika $\frac{u_1+u_2}{u_3} = \frac{11}{21}$, maka nilai dari $\frac{u_2+u_3}{u_1}$ adalah...
2. Koefisien x^7 dari ekspansi $(1+x)(2+x^2)(3+x^3)(4+x^4)(5+x^5)$ adalah...
3. Diberikan dua bilangan bulat positif A dan B berturut-turut bersisa 2 dan 3 jika dibagi 5. Sisa pembagian $A(A+1) + 5B$ jika dibagi 25 adalah...

4. Diberikan fungsi $f(x)$ untuk setiap bilangan riil x kecuali 0 atau 1 yang memenuhi

$$(x+1)f(-1) + \frac{1-x}{4x} f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{100(x^2+4)}{x}$$

Nilai dari $f(2) + f(3) + f(4) + \dots + f(400)$ adalah...

5. Terdapat enam pasang suami istri dan akan dipilih enam orang secara acak. Banyak cara memilih orang-orang tersebut dengan maksimal terdapat sebanyak 1 pasangan adalah...
6. Diberikan dua persegi yang kongruen dan memiliki panjang sisi 6 satuan. Luas daerah yang diarsir adalah...



7. Bilangan m terdiri dari bilangan 1 sampai 999 dituliskan dari kiri ke kanan, yaitu $m = 12345\dots998999$. Jumlah digit ke-2021, ke-2022 dan ke-2023 dari m adalah...
8. Diberikan segiempat talibusur $ABCD$ dengan panjang $AB = 8$ dan $CD = 5$. Perpanjangan AB dan perpanjangan DC berpotongan di titik P dimana titik P terletak di luar lingkaran. Jika panjang $BP = 6$ dan $\angle APD = 60^\circ$ serta jari-jari lingkaran adalah r , maka nilai dari r^2 adalah...
9. Suatu bilangan asli n dikatakan *menarik* jika terdapat polinomial berkoefisien bulat P yang memenuhi $P(7) = 2021$ dan $P(n) = 2045$. Banyak prima yang *menarik* adalah...

10. Diberikan segitiga ABC dengan $AC < AB$. Garis bagi sudut $\angle BAC$ memotong BC di titik D . Titik E dan F berturut-turut terletak pada AC dan AB sedemikian sehingga DE sejajar AB dan DF sejajar AC . Lingkaran luar segitiga BCE memotong sisi AB di titik K . Jika luas segitiga CDE adalah 75 dan luas segitiga DEF adalah 85, maka luas segiempat $DEKF$ adalah...

B. Kemampuan Lanjut

11. Diberikan bilangan asli $a > 1$ dan jumlah semua bilangan riil x yang memenuhi $0 = \lfloor x \rfloor^2 - 2ax + a$ adalah 51. Nilai dari a adalah...
12. Diberikan a, b, c bilangan riil yang memenuhi $|ax^2 + bx + c| \leq 1$ untuk setiap bilangan riil $0 \leq x \leq 1$. Nilai maksimum $23a + 22b + 21c$ adalah...
13. Dua digit terakhir dari a^{777} adalah 77. Dua digit terakhir dari a adalah...
14. Diberikan $a_n = n^2 + 19n + b$. Bilangan ganjil terbesar b sedemikian sehingga $\gcd(a_n, a_{n+1}) = \gcd(a_{n+2}, a_{n+1})$ untuk setiap bilangan asli n adalah...
15. Diberikan segitiga ABC dengan panjang $AB = 6, BC = 7$, dan $CA = 8$. Titik I merupakan perpotongan garis bagi segitiga ABC . Panjang AI^2 adalah...
16. Diberikan x, y, n merupakan bilangan asli yang memenuhi $x^2 + (y+2)x + (n+1)y = n^2 + 252$. Nilai y terbesar adalah...
17. Suatu barisan ternary (terdiri dari 0, 1, atau 2) dengan 15 unsur dan lima angka 0 serta diantara angka 0 terdapat setidaknya dua bilangan yang lain. Banyaknya barisan ternary yang memenuhi adalah...
18. Banyak fungsi (pemetaan) dari $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ke $B = \{6, 7, 8, 9, 10\}$ dengan 9 dan 10 memiliki prapeta (ada x dan y sehingga $f(x) = 9$ dan $f(y) = 10$) adalah...
19. Banyak maksimal ubin 3×1 yang dapat diletakkan pada papan 109×21 sedemikian sehingga:
- Tidak ada dua ubin yang saling menumpuk, dan
 - Tidak ada dua ubin yang bersebelahan (tidak ada dua ubin yang memiliki titik persekutuan)
- adalah...
20. Diberikan segitiga siku-siku ABC dengan $\angle ACB = 90^\circ$. Dibuat setengah lingkaran ω_1 dengan titik pusat terletak pada BC sedemikian sehingga ω_1 menyinggung AC dan AB . Titik D dan E berturut-turut terletak pada AB dan AC sedemikian sehingga DE sejajar dengan BC . Dibuat setengah lingkaran ω_2 dengan titik pusat terletak pada AE sedemikian sehingga ω_2 menyinggung AD dan DE . Dibuat setengah lingkaran ω_3 dengan titik pusat terletak pada CE sedemikian sehingga ω_3

menyinggung DE dan ω_1 . Jika $2AC + 5BC = 5AB$ dan perbandingan panjang jari-jari ω_2 dan ω_3 dapat dinyatakan dalam $k : 25$, nilai dari k adalah...

