

## SOAL OLIMPIADE MATEMATIKA SMA TINGKAT KABUPATEN TAHUN 2020

Diketik ulang oleh: muha.com

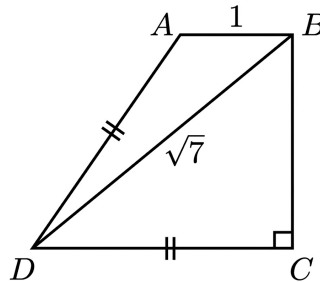
### A. Kemampuan Dasar

1. Misalkan

$$f(x) = \frac{3(x-1)(x-2)}{2} + \frac{(x-2)(x-3)}{2} - 2(x-1)(x-3)$$

Nilai dari  $f(20)$  adalah...

2. Diberikan sebuah kubus besar berukuran  $3 \times 3 \times 3$  yang seluruh permukaannya dicat dengan warna merah. Kubus tersebut dipotong menjadi 27 kubus satuan (kubus berukuran  $1 \times 1 \times 1$ ). Diketahui bahwa Amir mengambil satu kubus kecil yang salah satu sisinya berwarna merah. Peluang kubus kecil yang diambil Amir memiliki tepat dua sisi berwarna merah adalah...
3. Diberikan trapesium siku-siku seperti pada gambar di bawah ini.



Jika  $AB = 1$ ,  $BD = \sqrt{7}$  dan  $AD = CD$ , maka luas trapesium tersebut adalah...

4. Misalkan  $x, y$  bilangan asli sehingga  $2x + 3y = 2020$ . Nilai terbesar yang mungkin dari  $3x + 2y$  adalah...
5. Suatu barisan bilangan real  $a_1, a_2, a_3, \dots$  memenuhi  $a_1 = 1, a_2 = \frac{3}{5}$ , dan

$$\frac{1}{a_n} = \frac{2}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_{n-2}}$$

untuk setiap  $n \geq 3$ . Bilangan  $a_{2020}$  dapat ditulis sebagai  $\frac{p}{q}$  dengan  $p$  dan  $q$  bilangan asli relatif prima. Nilai  $p + q$  adalah...

6. Diketahui  $S$  adalah himpunan semua titik  $(x, y)$  pada bidang Cartesius, dengan  $x, y$  bilangan bulat,  $0 \leq x \leq 20$  dan  $0 \leq y \leq 19$ . Banyaknya cara memilih dua titik berbeda di  $S$  sehingga titik tengahnya juga ada di  $S$  adalah...
- Catatan: Dua titik  $P(a, b)$  dan  $Q(c, d)$  berbeda jika  $a \neq c$  dan  $b \neq d$ . Pasangan titik  $(P, Q)$  dan  $(Q, P)$  dianggap sama.

7. Diketahui segitiga  $ABC$  dengan panjang sisi  $BC = 3, CA = 4$ , dan  $AB = 5$ . Titik  $P$  terletak pada  $AB$  dan  $Q$  terletak pada  $AC$  sehingga  $AP = AQ$  dan garis  $PQ$  membagi segitiga  $ABC$  menjadi dua daerah dengan luas yang sama. Panjang segmen  $PQ$  adalah...
8. Himpunan penyelesaian dari persamaan  $|x+1| + \left|\frac{19}{x-1}\right| = \frac{20-x^2}{1-x}$  adalah interval  $[a, b)$ . Nilai dari  $b - a$  adalah...
9. Misalkan  $n \geq 2$  bilangan asli sedemikian sehingga untuk setiap bilangan asli  $a, b$  dengan  $a + b = n$  berlaku  $a^2 + b^2$  merupakan bilangan prima. Hasil penjumlahan semua bilangan asli  $n$  semacam itu adalah...
10. Suatu komite yang terdiri dari beberapa anggota menghadiri 40 rapat. Diketahui bahwa setiap rapat dihadiri tepat 10 anggota komite dan setiap anggota menghadiri rapat bersama paling banyak satu kali. Banyaknya anggota komite terkecil yang mungkin adalah...

## B. Kemampuan Lanjut

11. Diberikan segitiga  $ABC$  dengan  $\angle ACB = 48^\circ$ . Garis bagi  $\angle BAC$  memotong sisi  $BC$  dan lingkaran luar  $ABC$  berturut-turut di titik  $D$  dan  $E$ . Jika  $AC = AB + DE$ , maka  $\angle ABC = \dots$
12. Misalkan  $p$  suatu bilangan prima sehingga terdapat pasangan bilangan asli  $(m, n)$  dengan  $n > 1$  yang memenuhi  $mn^2 + mnp + m + n + p = mn + mp + np + n^2 + 2020$ . Semua nilai  $p$  yang mungkin adalah...
13. Misalkan  $P(x)$  suatu polinom sehingga  $P(x) + 8 = P(x - 2) + 6x^2$ . Jika  $P(1) = 1$ , maka  $P(2) = \dots$
14. Banyaknya tripel bilangan bulat  $(x, y, z)$  dengan  $0 \leq x \leq y \leq z$  yang memenuhi persamaan  $x + y + z = 32$  adalah...
15. Misalkan  $ABC$  segitiga dan  $P, Q, R$  titik pada sisi  $BC, CA, AB$ . Jika luas segitiga  $ABC$  sama dengan 20 kali luas segitiga  $PQR$  dan  $\frac{AQ}{AC} + \frac{BR}{BA} + \frac{CP}{CB} = 1$ , maka  $\left(\frac{AQ}{AC}\right)^2 + \left(\frac{BR}{BA}\right)^2 + \left(\frac{CP}{CB}\right)^2 = \dots$
16. Kwartet bilangan asli  $(a, b, c, d)$  dikatakan *keren* jika memenuhi  $b = a^2 + 1, c = b^2 + 1, d = c^2 + 1$  dan  $\tau(a) + \tau(b) + \tau(c) + \tau(d)$  bilangan ganjil. Banyaknya kwartet *keren*  $(a, b, c, d)$  dengan  $a, b, c, d < 10^6$  adalah...  
Catatan: Untuk bilangan asli  $k$ ,  $\tau(k)$  menyatakan banyak faktor positif dari  $k$
17. Misalkan  $a, b, c$  bilangan real tak negatif dengan  $a + 2b + 3c = 1$ . Nilai maksimum dari  $ab + 2ac$  adalah...
18. Bilangan asli  $n$  terkecil sehingga  $n + 3$  dan  $2020n + 1$  bilangan kuadrat sempurna adalah...

19. Lima tim bertanding satu sama lain dimana setiap dua tim bertanding tepat sekali. Dalam setiap pertandingan, masing-masing tim memiliki peluang  $\frac{1}{2}$  untuk menang dan tidak ada pertandingan yang berakhir seri. Peluang bahwa setiap tim menang minimal sekali dan kalah minimal sekali adalah...
20. Misalkan  $H$  adalah titik tinggi dari segitiga lancip  $ABC$  dan  $P$  adalah titik tengah  $CH$ . Jika  $AP = 3$ ,  $BP = 2$  dan  $CP = 1$ , maka panjang sisi  $AB$  adalah...  
Catatan: Titik tinggi suatu segitiga adalah perpotongan ketiga garis tinggi dari segitiga tersebut.