

SOAL OLIMPIADE MATEMATIKA SMA TINGKAT KABUPATEN TAHUN 2016

Diketik ulang oleh: muha.com

A. Isian Singkat

1. Jika a, b, c, d, e merupakan bilangan asli dengan $a < 2b, b < 3c, c < 4d, d < 5e$, dan $e < 100$, maka nilai maksimum dari a adalah...
2. Rudi membuat bilangan asli dua digit. Probabilitas bahwa kedua digit bilangan tersebut merupakan bilangan prima dan bilangan tersebut bersisa 3 jika dibagi 7 adalah...
3. Pada segitiga ABC , titik M terletak pada BC sehingga $AB = 7, AM = 3, BM = 5$, dan $MC = 6$. Panjang AC adalah...
4. Diberikan a dan b bilangan real dengan $\sqrt{a} - \sqrt{b} = 20$. Nilai maksimum dari $a - 5b$ adalah...
5. Pada segitiga ABC , titik X, Y , dan Z berturut-turut terletak pada sinar BA, CB , dan AC sehingga $BX = 2BA, CY = 2CB$, dan $AZ = 2AC$. Jika luas $\triangle ABC$ adalah 1, maka luas $\triangle XYZ$ adalah...
6. Banyak bilangan asli n yang memenuhi sifat hasil jumlah n dan suatu pembagi positif n yang kurang dari n sama dengan 2016 adalah...
7. Misalkan a adalah bilangan real sehingga polinomial $p(x) = x^4 + 4x + a$ habis dibagi oleh $(x - c)^2$ untuk suatu bilangan real c . Nilai a yang memenuhi adalah...
8. Anak laki-laki dan anak perempuan yang berjumlah 48 orang duduk melingkar secara acak. Banyaknya minimum anak perempuan sehingga pasti ada enam anak perempuan yang duduk berdekatan tanpa diselingi anak laki-laki adalah...
9. Misalkan (a, b, c, d, e, f) adalah sebarang pengurutan dari $(1, 2, 3, 4, 5, 6)$. Banyaknya pengurutan sehingga $a + c + e > b + d + f$ adalah...
10. Misalkan n_1, n_2, n_3, \dots bilangan-bilangan asli yang membentuk barisan aritmatika. Banyaknya nilai di himpunan $\{1, 2, 3, \dots, 1000\}$ yang mungkin menjadi nilai $n_{n_2} - n_{n_1}$ adalah...
11. Segitiga ABC mempunyai panjang sisi $AB = 20, AC = 21$, dan $BC = 29$. Titik D dan E terletak pada segmen garis BC , dengan $BD = 8$ dan $EC = 9$. Besar $\angle DAE$ adalah...
12. Bilangan real t sehingga terdapat dengan tunggal tripel bilangan real (x, y, z) yang memenuhi $x^2 + 2y^2 = 3z$ dan $x + y + z = t$ adalah...

13. Palindrom adalah bilangan yang sama dibaca dari depan atau dari belakang. Sebagai contoh 12321 dan 32223 merupakan palindrom. Palindrom 5 digit yang habis dibagi 303 adalah...
14. Diberikan barisan $\{a_n\}$ dan $\{b_n\}$ dengan $a_n = \frac{1}{n\sqrt{n}}$ dan $b_n = \frac{1}{(1+\frac{1}{n})+\sqrt{1+\frac{1}{n}}}$ untuk setiap bilangan asli n . Misalkan $S_n = a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n$. Banyaknya bilangan asli n dengan $n \leq 2016$ sehingga S_n merupakan bilangan rasional adalah...
15. Diberikan persegi $ABCD$ dengan panjang sisi 1. Titik K dan L berturut-turut terletak pada segmen garis BC dan DC sehingga keliling dari ΔKCL adalah 2. Luas minimum dari ΔAKL adalah...
16. Banyaknya pasangan terurut bilangan asli (a, b, c) dengan $a, b, c \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ sehingga $\max\{a, b, c\} < 2 \min\{a, b, c\}$ adalah...
17. Banyak bilangan asli $n \in \{1, 2, 3, \dots, 1000\}$ sehingga terdapat bilangan real positif x yang memenuhi $x^2 + [x]^2 = n$ adalah...
18. Misalkan x, y, z bilangan real positif yang memenuhi

$$3 \log_x(3y) = 3 \log_{3x}(27z) = \log_{3x^4}(81yz) \neq 0$$

Nilai dari x^5y^4z adalah...

19. Diberikan empat titik pada satu lingkaran Γ dalam urutan A, B, C, D . Sinar garis AB dan DC berpotongan di E dan sinar garis AD dan BC berpotongan di F . Misalkan EP dan FQ menyinggung lingkaran Γ berturut-turut di P dan Q . Misalkan pula bahwa $EP = 60$ dan $FQ = 63$, maka panjang EF adalah...
20. Pada sebuah bidang datar, terdapat 16 garis berbeda dan n titik potong berbeda. Nilai minimal n sehingga dapat dipastikan terdapat 3 kelompok garis yang masing-masing memuat garis-garis berbeda yang saling sejajar adalah...