

SOAL OLIMPIADE MATEMATIKA SMA TINGKAT KABUPATEN TAHUN 2013

Diketik ulang oleh: muha.com

Isian Singkat

1. Misalkan a dan b bilangan asli dengan $a > b$. Jika $\sqrt{94 + 2\sqrt{2013}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$, maka nilai $a - b = \dots$
2. Diberikan segitiga ABC dengan luas 10. Titik D, E , dan F berturut-turut terletak pada sisi AB, BC, CA dengan $AD = 2$ dan $DB = 3$. Jika segitiga ABE dan segiempat $DBEF$ mempunyai luas yang sama, maka luasnya sama dengan...
3. Misalkan p dan q bilangan prima. Jika diketahui persamaan $x^{2014} - px^{2013} + q = 0$ mempunyai akar-akar bulat, maka nilai $p + q$ adalah...
4. Jika fungsi f didefinisikan oleh $f(x) = \frac{kx}{2x+3}, x \neq -\frac{3}{2}$, k konstanta, memenuhi $f(f(x)) = x$ untuk setiap bilangan real x , kecuali $x \neq -\frac{3}{2}$, maka nilai k adalah...
5. Koefisien dari x^{2013} pada ekspansi
$$(1+x)^{4016} + x(1+x)^{4015} + x^2(1+x)^{4014} + \dots + x^{2013}(1+x)^{2013}$$
adalah...
6. Jika $\frac{2}{x} - \frac{2}{y} = 1$ dan $y - x = 2$, maka $(x+y)^2 = \dots$
7. Suatu dadu ditos 6 kali. Banyak cara memperoleh jumlah mata dadu yang muncul 28 tepat satu dadu muncul mata 6 adalah...
8. Misalkan P adalah titik interior dalam daerah segitiga ABC sehingga besar $\angle PAB = 10^\circ, \angle PBA = 20^\circ, \angle PCA = 30^\circ$, dan $\angle PAC = 40^\circ$. Besar $\angle ABC$ adalah...
9. Sepuluh kartu ditulis angka satu sampai sepuluh (setiap kartu hanya terdapat satu angka dan tidak ada dua kartu yang memiliki angka yang sama). Kartu-kartu tersebut dimasukkan ke dalam kotak dan diambil satu secara acak. Kemudian sebuah dadu dilempar. Probabilitas dari hasil kali angka pada kartu dan angka pada dadu menghasilkan bilangan kuadrat adalah...
10. Enam orang siswa akan duduk pada tiga meja bundar, dimana setiap meja akan diduduki oleh minimal satu siswa. Banyaknya cara untuk melakukan hal tersebut adalah...
11. Suatu partikel bergerak pada bidang Cartesius dari titik $(0,0)$. Setiap langkah bergerak satu satuan searah sumbu X positif dengan probabilitas 0,6 atau searah sumbu Y positif dengan probabilitas 0,4. Setelah sepuluh langkah, Probabilitas partikel tersebut sampai pada titik $(6,4)$ dengan melalui $(3,4)$ adalah...

12. Diberikan segitiga ABC , dengan panjang sisi $AB = 30$. Melalui AB sebagai diameter, dibuat sebuah lingkaran, yang memotong sisi AC dan sisi BC berturut-turut di D dan E . Jika $AD = \frac{1}{3}AC$ dan $BE = \frac{1}{4}BC$, maka luas segitiga ABC sama dengan...

13. Banyaknya nilai α dengan $0 < \alpha < 90^\circ$ yang memenuhi persamaan

$$(1 + \cos \alpha)(1 + \cos 2\alpha)(1 + \cos 4\alpha) = \frac{1}{8}$$

adalah...

14. Diberikan segitiga lancip ABC dengan O sebagai pusat lingkaran luarnya. Misalkan M dan N berturut-turut pertengahan OA dan BC . Jika $\angle ABC = 4\angle OMN$ dan $\angle ACB = 6\angle OMN$, maka besar $\angle OMN$ adalah...

15. Tentukan semua bilangan tiga digit yang memenuhi syarat bahwa bilangan tersebut sama dengan penjumlahan dari faktorial setiap digitnya.

16. Diberikan himpunan $S = \left\{ x \in \mathbb{Z} \mid \frac{x^2 - 2x + 7}{2x - 1} \in \mathbb{Z} \right\}$. Banyaknya himpunan bagian dari S adalah...

17. Untuk $x > 0, y > 0$, didefinisikan $f(x, y)$ adalah nilai terkecil diantara $x, \frac{y}{2} + \frac{2}{x}$, dan $\frac{1}{y}$. Nilai terbesar yang mungkin dicapai oleh $f(x, y)$ adalah...

18. Nilai k terkecil, sehingga jika sembarang k bilangan dipilih dari $\{1, 2, 3, \dots, 30\}$, selalu dapat ditemukan 2 bilangan yang hasil kalinya merupakan bilangan kuadrat sempurna adalah...

19. Diketahui x_1, x_2 adalah dua bilangan bulat berbeda yang merupakan akar-akar dari persamaan kuadrat $x^2 + px + q + 1 = 0$. Jika p dan $p^2 + q^2$ adalah bilangan-bilangan prima, maka nilai terbesar yang mungkin dari $x_1^{2013} + x_2^{2013}$ adalah...

20. Misalkan $\lfloor x \rfloor$ menyatakan bilangan bulat terbesar yang lebih kecil atau sama dengan x dan $\lceil x \rceil$ menyatakan bilangan bulat terkecil yang lebih besar atau sama dengan x . Tentukan semua x yang memenuhi $\lfloor x \rfloor + \lceil x \rceil = 5$