

SOAL OLIMPIADE MATEMATIKA SMA TINGKAT KABUPATEN TAHUN 2009

Diketik ulang oleh: muha.com

Isian Singkat

1. Banyaknya bilangan asli kurang dari 1000 yang dapat dinyatakan dalam bentuk $x^2 - y^2$ untuk suatu bilangan ganjil x dan y adalah. . .
2. Bilangan bulat positif terkecil n dengan $n > 2009$ sehingga $\sqrt{\frac{1^3+2^3+\dots+n^3}{n}}$ merupakan bilangan bulat adalah. . .
3. Banyaknya solusi real x dari persamaan $3^{(\frac{1}{2}+\log_3(\cos x-\sin x))} + 2^{(\log_2(\cos x+\sin x))} = \sqrt{2}$ adalah. . .
4. Diberikan fungsi $f : R \rightarrow R$ sedemikian hingga $x^2 f(x) + f(1-x) = 2x - x^4$, untuk semua $x \in R$. Nilai $f(2009)$ adalah. . .
5. Banyaknya segitiga siku-siku yang kelilingnya 2009 dan sisi-sisinya bilangan bulat serta jari-jari lingkaran dalamnya juga bilangan bulat adalah. . .
6. Nilai eksak dari $\binom{2009}{1} + \binom{2009}{2} + \dots + \binom{2009}{1004}$ adalah. . .
7. Jika tiga pasang suami istri akan menepati tujuh kursi yang berjajar ke samping dengan syarat semua istri duduk berdekatan dan tidak ada laki-laki dan perempuan bukan suami istri yang duduk berdekatan, maka banyak caranya adalah. . .
8. Nilai dari $\sum_{k=1}^{2009} FPB(k, 7)$ adalah. . .
9. Banyaknya pasangan bilangan asli (x, y) sehingga $x^4 + 4y^4$ merupakan bilangan prima adalah. . .
10. Bilangan real x sehingga pernyataan $x^2 = x$ jika dan hanya jika $x^3 = x$ bernilai salah adalah. . .
11. Diketahui ABC adalah segitiga siku-siku di A dengan $AB = 30$ cm dan $AC = 40$ cm. Misalkan AD adalah garis tinggi dan E adalah titik tengah AD . Nilai dari $BE + CE$ adalah. . .
12. Suatu turnamen diikuti 20 tim, dimana setiap tim bertemu satu kali dengan semua tim yang lain. Kemenangan memperoleh poin 1, sedangkan kekalahan 0. Pada klasemen akhir, 3 tim teratas memperoleh poin yang sama, sedangkan 17 tim yang lain memperoleh poin yang berbeda-beda. Jumlah semua bilangan yang tidak muncul pada poin yang dimiliki suatu tim pada klasemen akhir adalah. . .

13. Titik E terletak di dalam persegi $ABCD$ sedemikian rupa sehingga adalah segitiga sama sisi. Jika panjang $AB = \sqrt{1 + \sqrt{3}}$ dan F titik potong antara diagonal BD dengan segmen garis AE , maka luas segitiga ABF sama dengan...
14. Misalkan $f(y) = (\sqrt{3} + 1) \sin y + (\sqrt{3} - 1) \cos y$. Nilai maksimum untuk $f(f(y))^2$ dimana y bilangan real adalah...
15. Diberikan persegi $ABCD$ dengan panjang sisi 10. Misalkan E pada AB dan F pada BD dengan $AE = FB = 5$. Misalkan P adalah titik potong CE dan AF . Luas $DFPC$ adalah...
16. Jika $x_{k+1} = x_k + \frac{1}{2}$ untuk $k = 1, 2, \dots$ dan $x_1 = 1$, maka $x_1 + x_2 + \dots + x_{400} = \dots$
17. Diberikan segitiga ABC tumpul ($\angle ABC > 90^\circ$), AD dan AE membagi sudut BAC sama besar. Panjang segmen garis BD, DE , dan EC berturut-turut adalah 2, 3, dan 6. Panjang terpendek dari sisi segitiga ABC adalah...
18. Jika $10^{999999999}$ dibagi oleh 7, maka sisanya adalah...
19. Diketahui A adalah himpunan semua bilangan asli yang habis dibagi 3, tidak habis dibagi 5, dan tidak lebih dari 100. Banyaknya fungsi f dari himpunan semua bilangan real yang tidak nol ke dalam A yang memenuhi $f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x - y)$ adalah...
20. Delapan bilangan asli memiliki rata-rata 6,5. Empat dari delapan bilangan tersebut adalah 4, 5, 7, dan 8. Selisih antara bilangan terbesar dan terkecil adalah 10. Jika ke delapan bilangan diurutkan dari kecil ke besar, maka banyaknya susunan ada...