

## SOAL OLIMPIADE MATEMATIKA SMA TINGKAT KABUPATEN TAHUN 2003

Diketik ulang oleh: muha.com

### A. Bagian Pertama

1. Ada berapa banyak di antara bilangan-bilangan 20000002, 20011002, 20022002, 20033002 yang habis dibagi 9?  
a) 0                      b) 1                      c) 2                      d) 3                      e) 4
2. Ada berapa banyak bilangan 4 angka yang semua angkanya genap dan bukan kelipatan 2003  
a) 499    b) 500  
c) 624    d) 625  
e) Tidak ada pada pilihan di atas
3. Hari ini usiaku  $\frac{1}{3}$  kali usia ayahku. Lima tahun lalu usiaku  $\frac{1}{4}$  usia ayahku waktu itu. Berapa usiaku sekarang?  
a) 12                      b) 15                      c) 17                      d) 20                      e) 21
4. Sebuah kelas terdiri dari 40 siswa, 20 siswa suka matematika, 15 suka biologi, 15 suka bahasa inggris, 5 orang suka ketiganya. Berapa banyak siswa yang menyukai setidaknya satu dari tiga pelajaran itu?  
a) 10    b) 15  
c) 20    d) 25  
e) Tidak ada pada pilihan di atas
5. Masing-masing dari pernyataan berikut benar atau salah  
(a) Pernyataan c, d benar  
(b) Pernyataan d, e tidak keduanya salah  
(c) Pernyataan a benar  
(d) Pernyataan c salah  
(e) Pernyataan a, c keduanya salah.  
Berapa pernyataan di atas yang benar?  
a) 0                      b) 1                      c) 2                      d) 3                      e) 4
6. Misalkan  $x, y$  bilangan tak nol dan  $xy = \frac{x}{y} = x - y$ . Tentukan  $x + y$   
a)  $-\frac{3}{2}$                       b)  $-\frac{1}{2}$                       c) 0                      d)  $\frac{1}{2}$                       e)  $\frac{3}{2}$

7. Diberikan lingkaran  $L_1$  dengan jari-jari 1 dan pusat di titik asal  $(0, 0)$ . Lingkaran  $L_2$  bersinggungan di dalam  $L_1$ , dan juga bersinggungan dengan sumbu  $x$ , sumbu  $y$  positif. Jari-jari lingkaran  $L_2$  adalah...
- a)  $\frac{1}{3}$                       b)  $\frac{2}{5}$                       c)  $\sqrt{2} - 1$                       d)  $\frac{1}{2}$                       e)  $2 - \sqrt{2}$
8. Misalkan  $3^a = 4$ ,  $4^b = 5$ ,  $5^c = 6$ ,  $6^d = 7$ ,  $7^e = 8$ , dan  $8^f = 9$ . Berapa  $abcdef$ ?
- a) 1                      b) 2                      c)  $\sqrt{6}$                       d) 3                      e)  $\frac{10}{3}$
9. Misalkan  $N$  adalah bilangan bulat terkecil yang bersisa 2 jika dibagi 5, sisa 3 jika dibagi 7, sisa 4 jika dibagi 9. Tentukan jumlah digit  $N$
- a) 4                      b) 8                      c) 13                      d) 22                      e) 40
10. Suatu garis melalui  $(m, -9)$  dan  $(7, m)$  dengan gradien  $m$ . Berapa nilai  $m$
- a) 1                      b) 2                      c) 3                      d) 4                      e) 5

## B. Bagian Kedua

11. Misalkan  $f$  adalah fungsi yang memenuhi  $f\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x}f(-x) = 2x$  untuk semua  $x \neq 0$ . Berapa  $f(2)$ ?
12. Jika  $a^2 - b^2 = 2003$  dengan  $a, b$  bilangan bulat. Berapa nilai  $a^2 + b^2$ ? (Diketahui 2003 bilangan prima)
13. Dari sepuluh siswa dibentuk 5 kelompok, masing-masing beranggota 2 orang. Berapa cara membentuk 5 orang ini?
14. Misalkan  $f(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$  dan  $f(1) = f(2) = f(3) + f(4) + f(5)$ . Berapa nilai  $a$ ?
15. Tentukan  $\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right)\left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \cdots \left(1 - \frac{1}{2003^2}\right)$ .
16. Iwan selalu berbohong pada hari Senin, Selasa, Rabu dan jujur pada hari lainnya. Budi selalu berbohong pada hari Kamis, Jumat, Sabtu dan jujur pada hari lainnya. Pada suatu hari, Iwan berkata, "Kemarin saya berbohong." Budi berkata, "Saya juga." Pada hari apa percakapan tersebut terjadi?
17. Segitiga  $ABC$  sama sisi dengan panjang sisi 1 satuan. Melalui  $B$  dibuat garis tegak lurus  $BC$ . Garis itu berpotongan dengan  $AC$  di  $D$ . Berapa panjang  $BD$ ?
18. Untuk setiap bilangan real  $p$ , kita definisikan  $\lfloor p \rfloor$  sebagai bilangan bulat terbesar yang kurang dari atau sama dengan  $p$ . Sebagai contoh  $\lfloor 4,9 \rfloor = 4$  dan  $\lfloor 7 \rfloor = 7$ . Jika  $x$  dan  $y$  bilangan real sehingga  $\lfloor \sqrt{x} \rfloor = 9$  dan  $\lfloor \sqrt{y} \rfloor = 12$ , maka nilai terkecil yang mungkin dicapai oleh  $\lfloor y - x \rfloor$
19. Untuk menentukan wakilnya dalam cabang lari 110 m gawang putera, sebuah SMU mengadakan seleksi yang diikuti 5 orang siswa. Dalam seleksi tersebut diadakan

tiga kali lomba yang pada setiap lomba, pelari tercepat diberi nilai 5, sedangkan peringkat di bawahnya berturut-turut mendapat nilai 3, 2, 1, 1. Tidak ada dua pelari yang menempati peringkat yang sama. Jika pemenang seleksi diberikan kepada yang nilai totalnya paling tinggi pada ketiga lomba, berapa nilai terendah yang mungkin dicapai oleh pemenang seleksi?

20. Misalkan  $a, b, c, d, e, f, g, h, i$  adalah bilangan-bilangan asli berbeda yang kurang atau sama dengan 9. Jika jumlah tiga bilangan dalam setiap lingkaran nilainya sama, tentukan nilai  $a + d + g$

